

## ОТЗЫВ

научного консультанта на диссертацию

Кузнецова Николая Владимировича

«Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний»,

представленную на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук по специальности

05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и

комплексы программ

Диссертационная работа Кузнецова Н.В. посвящена разработке эффективных аналитико-численных методов исследования скрытых колебаний динамических систем. Им получены следующие основные результаты: разработана концепция скрытых и самовозбуждающихся аттракторов динамических систем; для ряда фундаментальных проблем и физических моделей предложены эффективные аналитико-численные методы локализация скрытых аттракторов; разработаны методы оценки и вычисления ляпуновской размерности аттракторов динамических систем; построены математические модели систем фазовой автоподстройки в пространстве фаз сигналов; предложено решение проблемы Гарднера определения полосы захвата без проскальзывания для математических моделей систем фазовой автоподстройки в пространстве фаз сигналов; предложены программные реализации алгоритмов анализа скрытых и самовозбуждающихся аттракторов.

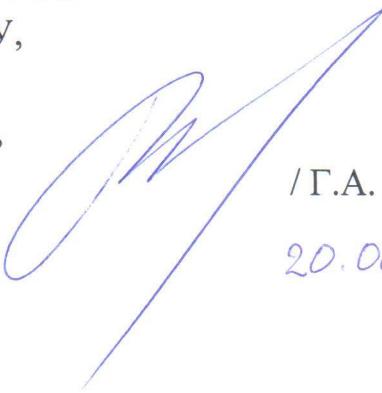
Все основные результаты, полученные в диссертации, являются новыми, были представлены и обсуждались на пленарных докладах международных конференций. Результаты диссертационной работы вошли в обзорную статью высокорейтингового журнала Physics Reports (IF 20).

В 2001 году Н.В. Кузнецов закончил с отличием математико-механический факультет Санкт-Петербургского государственного университета. В 2004 году досрочно окончил аспирантуру Санкт-Петербургского государственного университета и защитил кандидатскую диссертацию. За время подготовки диссертации Кузнецов Н.В. проявил себя как талантливый и самостоятельный ученый, обладающий опытом научной и педагогической работы. Он является научным руководителем 10 диссертаций на степень Ph.D. и кандидата наук.

Кузнецов Н.В. автор более 100 научных публикаций в изданиях индексируемых Scopus.

Считаю, что диссертация Кузнецова Н.В. «Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний» содержит новые результаты, соответствующие специальности 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и полностью удовлетворяет требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук,  
член-корреспондент РАН,  
профессор, зав. кафедрой прикладной кибернетики  
математико-механического факультета СПбГУ,  
198504, Россия, Санкт-Петербург,  
Старый Петергоф, Университетский пр., д. 28,  
leonov@math.spbu.ru.

  
/ Г.А. Леонов /

20.06.16

ЛИЧНУЮ ПОДПИСЬ  
ЗАВЕРЯЮ НАЧАЛЬНИК  
ОТДЕЛА КАДРОВ  
Н.И. МАНТЕВА



Документ подготовлен  
в порядке исполнения  
трудовых обязанностей

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»**

**Отзыв**  
официального оппонента на диссертацию  
Кузнецова Николая Владимировича  
**«Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний»,**  
представленной на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук по специальности  
05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы  
программ.

Теория нелинейных колебаний динамических систем была создана в первой половине прошлого века. При этом структура большинства изучаемых систем была такой, что сам факт существования колебаний был очевиден, поэтому основные усилия исследователей были сосредоточены на анализе свойств и формы таких колебаний. В семидесятых годах прошлого века стало понятно, что динамические системы могут обладать странными аттракторами, имеющими сложную топологическую структуру. В последующие десятилетия усилия ученых были сосредоточены на исследовании структуры странных аттракторов, их размерности, условий их возникновения и локализации в фазовом пространстве. Открытие новых хаотических аттракторов стало возможным, благодаря стремительному развитию вычисленной техники и численных методов. При этом сам поиск аттракторов в фазовом пространстве для классических аттракторов Лоренца, Энона, Рёссlera, Чуа, Чена и других оказался достаточно простой задачей, так как области притяжения этих аттракторов содержат сколь угодно малые окрестности неустойчивых состояний равновесия исследуемой системы. Такие аттракторы являются самовозбуждающимися в том смысле, что вычислительная процедура с начальными данными из любой точки неустойчивого многообразия в окрестности состояния равновесия притягивается к аттрактору и визуализирует его.

Однако самовозбуждающиеся аттракторы не исчерпывают все типы возможных аттракторов. Существование аттракторов другого типа, не содержащих в своей области притяжения состояний равновесия – вложенных устойчивых циклов, хорошо известно для случая двухмерных систем. Такие аттракторы в диссертационной работе называются скрытыми аттракторами. Известными примерами скрытых аттракторов в системах автоматического управления являются построенные и представленные в работе контрпримеры к гипотезам Айзермана и

Калмана, в которых единственное устойчивое в малом состоянии равновесия многомерной системы сосуществует с устойчивым периодическим решением.

Проблемы обнаружения и локализации скрытых аттракторов оказываются чрезвычайно важными при моделировании сложных инженерных и физических моделей. Наличие скрытых аттракторов может привести к тому, что наряду с желаемым устойчивым режимом работы в системе под действием возмущений могут возникнуть другие нежелательные устойчивые и неустойчивые режимы, способные привести к авариям. В диссертационной работе приведены примеры локализации скрытых колебаний в системах управления летательными аппаратами, в электромеханических моделях буровых установок и в системах фазовой синхронизации.

Публикации автора диссертационной работы по скрытым аттракторам вызвали волну интереса к исследованию многомерных динамических систем, которые либо не имеют состояний равновесия, либо имеют устойчивые в малом состояния равновесия и имеют аттрактор, который является скрытым. Более сотни работ по упомянутой тематике опубликовано исследователями из Китая, Вьетнама, Ирана, Турции, Греции, Италии, Испании, Польши, Чехии, Великобритании, США. В 2016 году в Тульском государственном университете была защищена кандидатская диссертация по специальности 05.13.18, в которой получили развитие предложенные в диссертационной работе Н.В. Кузнецова идеи поиска скрытых колебаний для анализа и синтеза скрытых аттракторов многомерных систем автоматического управления (Нгуен Нгок Хиен, Аналитико-численные методы исследования аттракторов многомерных систем управления, научный руководитель И.М. Буркин).

Первая глава диссертационной работы посвящена классификации самовозбуждающихся и скрытых аттракторов, развитию методов их поиска. Разработаны аналитические методы синтеза скрытых аттракторов в двумерных системах и многомерных системах с одной скалярной нелинейностью. Их эффективность продемонстрирована на примере анализа двумерных полиномиальных систем в 16-ой проблеме Гильберта и при построении контрпримеров к гипотезе Калмана. Для динамических систем общего вида предложена аналитико-численная процедура поиска скрытых аттракторов, основанная на анализе или синтезе сценария рождения скрытого аттрактора при изменении параметра системы. Приведены примеры визуализации скрытых периодических и хаотических аттракторов в различных инженерных и физических системах. Приведена реализация в пакете MATLAB алгоритма локализации скрытого колебания для модели динамики ракеты-носителя.

Вторая глава диссертации посвящена развитию методов анализа размерности динамических систем, позволяющих аналитически вычислять ляпуновскую размерность глобальных аттракторов без их непосредственной локализации в фазовом пространстве, что особенно важно при изучении скрытых аттракторов.

Показана эквивалентность функций ляпуновского типа, используемых в методе Г.А. Леонова для аналитической оценки ляпуновской размерности, некоторым специальным гладким заменам переменных, получено обобщение метода Г.А.Леонова на динамические системы с дискретным временем. Наибольшее впечатление производит факт получения точных формул ляпуновской размерности глобальных аттракторов для ряда известных систем. Предложена программная реализация вычисления ляпуновской размерности в пакете MATLAB, основанная на SVD декомпозиции фундаментальной матрицы решений, и показано ее применение для вычисления ляпуновской размерности системы Энона.

Заключительная глава диссертации посвящена построению математических моделей систем фазовой синхронизации, анализу их устойчивости и поиску скрытых колебаний. Применение метода усреднения Крылова-Боголюбова позволило провести вычисление характеристик фазовых детекторов для различных видов периодических сигналов в терминах их коэффициентов Фурье, необходимое для построения математических моделей в пространстве фаз сигналов и доказательства эквивалентности моделей в пространстве сигналов и фаз сигналов. Для моделей в пространстве фаз сигналов предложены строгие математические определения основных инженерных характеристик работы систем фазовой синхронизации – диапазонов допустимых отклонений частот, которые соответствуют локальной устойчивости (hold-in range – полоса удержания), глобальной устойчивости (pull-in range – полоса захвата), и глобальной устойчивости с областью без проскальзывания циклов (lock-in range – полоса захвата без проскальзывания циклов). В том числе в работе решена задача известного американского инженера Ф.Гарднера об однозначном определении полосы захвата без проскальзывания циклов, поставленная в 1979 году во втором издании его монографии, и предложен численный алгоритм ее определения. В качестве примеров работы алгоритма проведено вычисление полосы захвата без проскальзывания для классической системы фазовой синхронизации с различными типами фильтров. В ряде случаев показано качественное отличие характеристик для моделей, полученных в работе, и упрощенных классических инженерных моделей. Аналитически показано несовпадение полосы удержания для классической инженерной математической модели схемы Костаса, где отброшены боковые фильтры, и полной математической модели с тремя фильтрами. Для двухфазной схемы фазовой автоподстройки, математические модели которой в пространстве фаз и в пространстве сигналов не содержат остаточных колебаний с удвоенной частотой, в работе показаны трудности численного определения полосы захвата при наличии в модели скрытых колебаний. В частности, наглядно продемонстрированы потенциальные ошибки, которые могут быть допущены при моделировании системы ФАП в широко используемом инженерном пакете SIMetrix. На основе полученных результатов получены патенты на изобретения и полезные модели и свидетельства на программы для ЭВМ.

Работа выполнена на высоком математическом уровне, содержит новые важные научные результаты, которые представляют несомненный вклад в теорию и имеют практическое значение. Основные результаты диссертации в полной степени опубликованы в российских и международных научных журналах, индексируемых Scopus. Результаты диссертационной работы были представлены на пленарных докладах российских и международных конференций. Автореферат диссертации правильно и полно отражает её содержание.

#### Замечания по диссертации

- В сноске 7 на странице 89 указывается на монотонное убывание значений локальной ляпуновской размерности на специальной последовательности точек, имеющей предельное значение. В работе ничего не сказано о значении локальной ляпуновской размерности в предельной точке (аналог утверждения о достижении максимума локальной ляпуновской размерности в работах Константина, Идена, Фоиша и Темама – см. обсуждение на стр. 92).
- В формуле 3.26 на странице 111 для состояний равновесия в математической модели фазовой автоподстройки в первой строчке после первого знака равенства и во второй строчке после второго знака равенства пропущен знак “-”. Однако эта неточность не повлияла на дальнейшие рассуждения (например, соотношения для состояний равновесия в формулах 3.31 на странице 116 и 3.37 на странице 118).
- В определении полосы удержания на странице 120 требуется наличие непрерывного изменения одного из устойчивых состояний равновесия для всех отклонений частоты этой полосы. Для того чтобы полоса удержания содержала в себе полосу захвата (см. страницу 128), вообще говоря, аналогичное требование необходимо добавить в Замечание 6 на странице 122.
- При адекватном описании физической модели условие ограниченности состояния фильтра в математической модели (Замечание 7, стр. 123) должно естественно вытекать из динамики математической модели. Соответствующие рассуждения в работе не приводятся.
- В работе имеется ряд опечаток: ссылка на несуществующий рисунок 3.25 на стр. 30, некорректные ссылки на работы [10,11] на стр.145 и работу [3] на стр.146, дублирующийся текст на стр. 77 и другие погрешности редакционного характера.

Указанные замечания носят частный характер и не умаляют достоинств представленной работы.

Ввиду вышесказанного считаю, что диссертация Н.В. Кузнецова удовлетворяет всем требованиям действующего Положения «О присуждении учёных степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук, а её автор заслуживает присуждения искомой степени по специальности: 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук,  
заведующий кафедрой математического анализа  
Тульского государственного университета  
Буркин Игорь Михайлович,  
300012, г. Тула, пр. Ленина, 92,  
(4872) 25-46-21, 41-44,  
[i-burkin@yandex.ru](mailto:i-burkin@yandex.ru)

/ И.М.Буркин/

21.11.2016 г.



**ФАНО РОССИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ**  
**ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОВЕДЕНИЯ**  
**РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**  
**(ИПМаш РАН)**



В.О., Большой проспект, д.61, Санкт-Петербург, 199178  
Тел.: (812)-321-4778; факс: (812)-321-4771; [www.ipme.ru](http://www.ipme.ru)

ОГРН 1037800003560, ИНН/КПП 7801037069/780101001

**ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**

на диссертацию Николая Владимировича Кузнецова  
**«Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний»,**  
представленную на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое  
моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертационная работа Н.В. Кузнецова посвящена аналитико-численному анализу и классификации аттракторов динамических систем в евклидовом пространстве. Важной мотивированкой для этой работы послужило открытие, сделанное автором при исследовании динамической системы, описывающей электронную цепь Чуа. А именно были обнаружены хаотические аттракторы нового типа, названные скрытыми аттракторами. В 80ых годах прошлого века Леон Чуа предложил простую модель для нелинейной электронной цепи, в которой хаотическое поведение обусловлено наличием одного элемента с кусочно-линейной характеристикой. Теперь известны сотни цепей Чуа с различными характеристиками, которые отличаются формой аттракторов. Их можно визуализировать траекторией из окрестности неустойчивого нулевого состояния равновесия. Эти и другие классические хаотические аттракторы (они возникают в моделях Лоренца, Росслера и других, описывающих различные физические явления) визуализируются траекториями из сколь угодно малой окрестности неустойчивого состояния равновесия. В настоящей работе они называются самовозбуждающимися.

Как оказалось, существуют также аттракторы другого типа, названные скрытыми, поскольку для них область притяжения не пересекается со сколь угодно малой окрестностью неустойчивого состояния равновесия. В силу этого для их визуализации невозможно использовать тот же способ, что используется для самовозбуждающихся аттракторов. Более того, требуются специальные методы для отыскания начальных данных в их области притяжения. Для построения скрытых аттракторов двумерных полиномиальных систем в диссертации развивается аналитический метод Баутина – метод вложенных предельных циклов. А для визуализации скрытых аттракторов многомерных систем применяется метод гомотопии, заключающийся в следующем. В системе выбирается параметр и некоторый интервал его изменения (или же они в нее искусственно добавляются) так, чтобы у системы с начальным значением параметра существовал самовозбуждающийся аттрактор, а конечному значению параметра соответствовала исследуемая система. При этом изменение аттрактора

при малых изменениях параметра отслеживается численно, при этом последняя вычисленная точка траектории служит начальной точкой для визуализации аттрактора на следующем шаге. В диссертации разработана программная реализация этой процедуры, а для первого шага такого сценария предложены аналитические методы в случае, когда система имеет скалярную нелинейность.

Эти методы позволили диссидентанту обнаружить скрытые хаотические аттракторы в математических моделях различных физических процессов, среди них отметим модель Рабиновича взаимодействия волн в плазме, модель Глуховского–Должанского конвекции жидкости в эллипсоидальной полости и модель Рабиновича–Фабриканта. Кроме того, построены скрытые аттракторы различных инженерных систем, причем для некоторых из них установлено, что естественные начальные данные приводят к локализации скрытого аттрактора.

Предложенная в диссертации классификация *самовозбуждающиеся vs скрытые аттракторы* привлекла внимание специалистов. В 2015 году этому вопросу был посвящен тематический выпуск журнала *the European Physical Journal, Special Topics “Multistability: Uncovering Hidden Attractors”*. Работы по скрытым аттракторам Чуа вошли в списки самых цитируемых статей за пять лет в журналах *Physics Letters A* и *Physica D: Nonlinear Phenomena*. Обзорная статья, в которую вошли основные результаты диссертации, посвященные этой тематике, была опубликована в журнале *Physics Reports* в 2016 году.

Хорошо известно, что множества с дробной размерностью Хаусдорфа называются фракталами. Чтобы оценить сверху размерность Хаусдорфа для аттрактора динамической системы часто используют локальную ляпуновскую размерность. При ее введении основные трудности связаны с рассмотрением стремящихся к бесконечности отрезков времени а также с необходимостью находить супремум по аттрактору. В рамках статистической физики эти затруднения разрешаются с использованием предположения об эргодичности системы, которое зачастую сложно проверять для конкретных систем. Поэтому в данной работе предложен строгий подход к определению ляпуновской размерности аттракторов динамических систем, основанный на теореме Дуади–Оэстерле о хаусдорфовой размерности компактных инвариантных множеств гладких отображений. В его рамках строго обосновано применение формулы Каплана–Йорка для конечно-временных ляпуновских показателей. Последняя использована в вычислительных экспериментах по отысканию ляпуновской размерности; их результаты, основанные на реализации соответствующих алгоритмов приводятся. Так как ляпуновская размерность вводится через инвариантную относительно диффеоморфизмов хаусдорфову, то естественно потребовать, чтобы это свойство имело место и для ляпуновской размерности. Поэтому инвариантность ляпуновской размерности относительно диффеоморфизмов строго установлена для аттракторов и ляпуновских экспонент ограниченных траекторий. Кроме того, инвариантность относительно диффеоморфизмов и использование специальных гладких замен координат позволяют автору обосновать метод Леонова аналитической оценки ляпуновской размерности. Наконец, в диссертации обоснован аналог метода Леонова для динамических систем с дискретным временем. Этот же подход позволил доказать гипотезу Идена о достижении максимума ляпуновской размерности на

одном из состояний равновесия системы, что, в свою очередь, дало возможность получить точные формулы, выражающие эту размерность для глобальных аттракторов ряда известных динамических систем, содержащих все состояния равновесия. Приведены результаты сравнения полученных аналитических результатов с численными экспериментами. Основные результаты этих исследований опубликованы автором в обзорной статье в журнале Physics Letters A.

Последняя часть диссертации посвящена построению математических моделей систем фазовой автоподстройки, анализу их устойчивости и возможности возникновения колебаний в этих системах. Метод усреднения, который применяется в работе для построения моделей высокочастотных систем фазовой автоподстройки, позволяет свести анализ высокочастотных сигналов к анализу низкочастотной разности фаз сигналов. Его применение дает возможность вычислить характеристику нелинейного элемента, так называемого фазового детектора, который используется для выделения корректирующего сигнала, пропорционального разности фаз сигналов. В результате получена аналитическая формула для характеристики фазового детектора, выраженная через коэффициенты Фурье форм входного сигнала и сигнала подстраиваемого осциллятора. Установлено, что для ряда схем поведение построенных моделей может качественно отличаться от используемых инженерами упрощенных моделей. Модели, построенные в работе для описания изменений расфазировки и состояния фильтров, математически строго определяют инженерные понятия полос удержания и захвата, а также полосы захвата без проскальзывания. Приведены примеры, когда классические инженерные описания этих понятий, имеющиеся в литературе, приводят к результатам, неприменимым на практике, и требуют уточнения. В частности, для предложенной Ф. Гарднером в 1966 году и получившей широкое распространение в инженерной литературе концепции полосы захвата без проскальзывания, им же была позже продемонстрирована невозможность ее однозначного вычисления. Поэтому в 1979 году была поставлена задача уточнения определения. Основные результаты по этой тематике опубликованы в обзорной статье в журнале IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers и стали основой для патентов и свидетельств на программное обеспечение ЭВМ.

В результате рассмотрения диссертационной работы можно сделать следующие замечания:

1. Для ряда рассматриваемых систем отсутствуют строгие доказательства наличия аттракторов (например, через существование поглощающего множества). Поэтому результаты численной визуализации аттракторов (таковая всегда проводится на конечном временном интервале) в действительности могут соответствовать не аттракторам, а каким-либо сложным переходным процессам (например, *transient chaos*).
2. Ляпуновская размерность позволяет получить только верхнюю оценку для хаусдорфовой размерности аттрактора и, вообще говоря, не является характеристикой его топологии (в частности, ляпуновская размерность седловой точки больше единицы). Поэтому важно иметь и оценки хаусдорфовой размерности снизу, о получении которых в диссертации ничего не сказано.

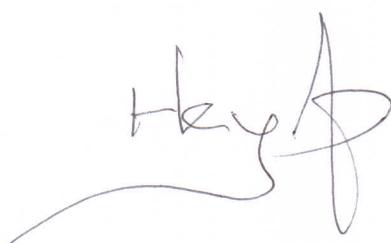
3. В работе также не указано, эквивалентна ли используемая в ней ляпуновская размерность той, которая фигурирует в работах Фояша, Идена и Темама, или же они различны. Кроме того, предложенное автором определение применимо не ко всем рассматриваемым в работе аттракторам – так правая часть в математической модели системы Чуа является только кусочно-гладкой функцией, в то время как используемое определение и теорема Дуади–Оэстерле требуют гладкости.

4. Приведенные в работе примеры вычисления полосы захвата без проскальзывания на основании предложенного автором определения относятся только к системам второго порядка, а примеры вычисления для многомерных систем (с фильтрами более высокого порядка) отсутствуют.

Считаю, что приведенные выше замечания не умаляют достоинств диссертации, и она вносит существенный вклад как в развитие теории динамических систем так и в ее важные практические приложения. Работа полностью соответствует специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Автореферат и публикации правильно отражают содержание диссертации, а также выносимые на защиту положения. Основные результаты опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК РФ (они индексируются Scopus/Web of Science).

Диссертационная работа «Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний» удовлетворяет всем требованиям действующего Положения «О присуждении учёных степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук, а её автор Николай Владимирович Кузнецов заслуживает присуждения искомой степени по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент  
Николай Германович Кузнецов,  
доктор физико-математических наук,  
главный научный сотрудник  
Лаборатории математического  
моделирования волновых процессов  
nikolay.g.kuznetsov@gmail.com



# РАКЕТНО - КОСМИЧЕСКАЯ КОРПОРАЦИЯ

141070

г. Королев

Московской области,

ул. Ленина, 4-а

Телеграфный "ГРАНИТ"

Телефон: (495) 513-86-55

Факс: (495) 513-88-70, 513-86-20, 513-80-20

E-mail:post@rsce.ru

<http://www.energia.ru>



15. 11. 16

№ 34-5/52

На №

Г

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

### на диссертацию

Кузнецова Николая Владимировича «Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Актуальность темы диссертационной работы Н.В. Кузнецова продиктована тем обстоятельством, что вопросы устойчивости динамических систем являются всегда фундаментальными и основополагающими при проектировании, анализе и синтезе нелинейных систем управления. Вместе с тем хорошо известны эффекты возникновения нежелательных колебаний в нелинейных системах управления: системах управления летательными аппаратами и системах автоподстройки частоты. Обнаружение таких колебаний и методов их подавления составляют значительную часть современной теории управления. Этому направлению и посвящена диссертация Кузнецова Н.В.

Автор исследует один из наиболее актуальных и в то же время трудных для исследования разделов нелинейной теории – обнаружение и описание скрытых колебаний. Н.В. Кузнецовым дано строгое математическое определение скрытого колебания и его обобщения – скрытого аттрактора. Следует подчеркнуть общность этого понятия и его интерпретацию в терминах переходных процессов, широко рассматриваемых в инженерной практике. Именно поэтому этот термин “скрытое колебание” (скрытый аттрактор, hidden attractor) стал широко распространенным как в математике, так и в прикладной и инженерной литературе. Достаточно

сказать, что в научометрической базе данных Scopus проиндексировано более 45 статей российских и зарубежных авторов, в названия которых вошел этот термин после его введения в 2010 году в работах автора диссертации.

Для различных классов динамических моделей в работе разработаны эффективные аналитико-численные методы нахождения скрытых колебаний. Эти методы позволили построить контрпримеры к широко известным проблемам Айзermana и Калмана об абсолютной устойчивости нелинейных систем управления с нелинейностью из сектора линейной устойчивости, впервые обнаружить скрытый аттрактор в электронной цепи Чуа. Также скрытые колебания были обнаружены в динамических моделях буровых установок, в известных физических моделях Рабиновича, Глуховского-Должанского, Рабиновича-Фабриканта.

Для систем автоматического регулирования (автоподстройки) частоты генератора колебаний, различные модификации которых используются в современных компьютерных архитектурах, телекоммуникации и навигации (системы ГЛОНАСС и GPS), в работе разработаны методы построения динамических моделей и строгого математического анализа устойчивости и возникновения колебаний. Предложено решение задачи известного американского инженера Флойда Гарднера об определении допустимого отклонения частот сигналов входного и подстраиваемого генераторов для обеспечения динамической устойчивости, соответствующей подстройки частоты без проскальзывания циклов. Предлагаемые методы позволили провести уточнение классических инженерных математических моделей и их характеристик. Полученные результаты позволяют решать задачи по анализу и синтезу систем автоподстройки частоты, имеющих необходимые динамические характеристики. Показано, что моделирование систем автоподстройки частоты в инженерных пакетах MATLAB Simulink и SPICE SIMetrix при наличии в системе скрытых колебаний может приводить к неверным выводам об устойчивости работы системы. На основе полученных теоретических результатов получены 2 патента на изобретения и патент на полезную модель, а также разработаны программные средства для анализа систем автоподстройки частоты, на которые получены свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Одной из широко используемых характеристик хаотических колебаний является ляпуновская размерность, которая была предложена в работе Каплана и

Йорке. В работе развиты методы оценки ляпуновской размерности аттракторов динамических моделей: доказана инвариантность ляпуновской размерности аттракторов относительно гладких замен координат и на основе этого результата проведено обоснование и обобщение метода Леонова оценки ляпуновской размерности аттракторов. Для ряда широко известных динамических моделей показана эффективность представленных методов: аналитически получены точные формулы ляпуновской размерности и выделены области параметров, для которых они верны.

Диссертационная работа представлена на 187 страницах текста, включающего введение, три главы, заключение и список использованной литературы.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Все результаты диссертации опубликованы в журналах, рекомендуемых ВАК РФ, в том числе в ведущих российских журналах РАН: “Доклады Академии Наук” и “Известия РАН. Теория и системы управления” (перевод обзорной статьи по скрытым колебаниям стал самой цитируемой статьей английской версии журнала – более 90 ссылок в Scopus). Также результаты работы докладывались на ведущих российских и международных конференциях, в том числе на конгрессе Федерации по автоматическому управлению (IFAC). Публикации автора получили международное признание: всего в базе данных Scopus проиндексировано более 950 ссылок на работы автора (без самоцитирования), h-индекс = 15.

Таким образом, диссертация Кузнецова Н.В. посвящена исследованию актуальных проблем, связанных с анализом и синтезом нелинейных динамических систем.

По работе можно сделать следующие замечания:

1. Анализ скрытых колебаний в модели динамики ракеты-носителя проведен без учета влияния внешних возмущений и влияния динамики рулевого привода.
2. В Следствии 2 для вида нелинейности (1.60), используемого для построения контрпримеров к проблеме Калмана, не все условия Теоремы 2 переформулированы в терминах параметров рассматриваемой нелинейности.

3. Логичнее было бы расположить вторую и третью главы в другом порядке: вначале третью главу о построении моделей, анализе устойчивости и скрытых колебаний в системах фазовой автоподстройки частоты, а затем третью главу, посвященную анализу размерности самовозбуждающихся и скрытых аттракторов.
  4. По тексту диссертации имеются небольшие описки и опечатки.

Указанные выше замечания не снижают общую положительную

работы.

Диссертация Кузнецова Николая Владимировича «Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний», представленная к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ является законченным научным трудом, в котором содержатся решения задач, имеющих большое значение для современной теории управления и теории динамических систем.

По своей актуальности, научной новизне, объему выполненных исследований и практической значимости полученных результатов, представленная работа удовлетворяет всем требованиям действующего Положения «О присуждении учёных степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук, а её автор заслуживает присуждения искомой степени по специальности: 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

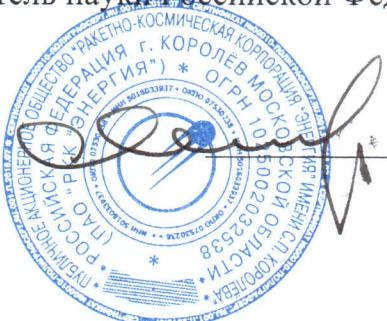
Генеральный конструктор, академик РАН, д.т.н., профессор,

## заведующий кафедрами

“Системы автоматического управления” МГТУ им. Баумана

и “Управление движением” МФТИ,

## Заслуженный деятель науки Российской Федерации



/Микрин Евгений Анатольевич/

15.11.2016 г.

**Отзыв на автореферат диссертации**  
Кузнецова Николая Владимировича  
**«Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний»,**  
представленной на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук по специальности  
05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ.

Создание новых современных технологий требует развития эффективных математических методов, построения адекватных математических моделей, введения новых понятий о процессах, происходящих в этих моделях, и разработки эффективных программ их расчета. В данной работе введены новые понятия о переходных процессах в динамических моделях, предложенные эффективные математические методы их исследования и реализованы соответствующие численные алгоритмы. Построенные в работе математические модели и методы их анализа актуальны для развития новых технологий в области синтеза процессов управления и различных электронных системам управления.

Результаты диссертации были представлены на российских и международных конференциях, в том числе на конгрессах международной федерации по автоматическому управлению (IFAC World Congress) в 2011 и 2014 годах. Основные результаты диссертационной работы по аналитико-численным методам локализации скрытых колебаний в динамических моделях были представлены Кузнецовым Н.В. в докладе “Анализ и синтез скрытых колебаний” на заседании XXXIV общего собрания Академии навигации и управления движением в 2012 году. Результаты по анализу систем фазовой синхронизации были представлены на пленарном докладе “Фазовая синхронизация в аналоговой и цифровой схемотехнике” 5-ой Российской мультиконференции по проблемам управления, которая проводилась в 2012 году в АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор».

Основные результаты опубликованы в рекомендованных ВАК РФ изданиях (всего у автора более 100 публикаций, индексируемых SCOPUS, которые процитированы более 1000 раз) и двух монографиях. На основе полученных результатов автором получены патенты на изобретения, полезную модель и свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Считаю, что представленная диссертационная работа «Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний» полностью соответствует специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, удовлетворяет всем требованиям действующего Положения «О присуждении учёных степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук, а её автор Кузнецов Николай Владимирович заслуживает присуждения искомой степени доктора физико-математических наук.

В.Г. Пешехонов

30 ноября 2016



Генеральный директор государственного научного центра РФ  
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,  
доктор технических наук, профессор,  
президент Академии навигации и управления движением,  
академик Российской академии наук

ОТЗЫВ  
на автореферат диссертации  
Кузнецова Николая Владимировича  
“Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний”,  
представленной на соискание  
ученой степени доктора физико-математических наук  
по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ.

Диссертационная работа посвящена актуальным вопросам разработки эффективного аналитико-численного аппарата для исследования колебаний динамических систем и его применения для решения конкретных задач. Для этого в работе вводится новая классификация возникновения колебаний в динамических системах, которая позволила отразить как сложности аналитического исследования известных теоретических задач, так и трудности численного анализа прикладных систем. Для различных классов динамических систем в диссертации разработаны аналитические и аналитико-численные методы поиска и синтеза периодических и хаотических колебаний. Эффективность разработанных методов показана при решении известных проблем Гильберта, Айзermana и Калмана и исследовании физических и инженерных моделей. В диссертации предложены программные реализации, разработанных методов анализа колебаний. Полученные результаты имеют важные практические приложения в области анализа систем управления летательными аппаратами, буровых установок, систем фазовой синхронизации. Проведение качественного анализа систем фазовой синхронизации потребовало проведения в диссертации вывода новых и уточнения известных инженерных математических моделей.

Результаты диссертации по анализу двумерных полиномиальных динамических систем и скрытых колебаний в системах управления летательными аппаратами вошли в обзорные статьи для журнала Труды СПИИРАН. Основные результаты диссертации отражены в 31-ой научной публикации (в том числе: 21 публикация в рекомендованных ВАК РФ российских и зарубежных журналах, 6 конференц-статья и 2 монографии), автором получено 5 свидетельств об интеллектуальной собственности (2 патента на изобретение, патент на полезную модель, 2 свидетельства о регистрации программ для ЭВМ).

Полученные Кузнецовым Н.В. в диссертационной работе “Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний” результаты соответствует паспорту специальности 05.13.18 “Математическое моделирование, численные методы и комплексы программы”. Диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям действующего Положения «О присуждении учёных степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук, а её автор Кузнецов Николай Владимирович заслуживает присуждения искомой степени доктора наук.

Рафаэль Мидхатович Юсупов

доктор технических наук, профессор,  
член-корреспондент Российской академии наук,  
директор Санкт-Петербургского института  
информатики и автоматизации Российской академии наук,  
адрес: 199178 Санкт-Петербург, 14 линия, 39, Россия  
телефон: (812)328-33-11, факс: (812)328-44-50  
электронная почта: yusupov@iias.spb.su



УТВЕРЖДАЮ

Директор

Член-корр. РАН,

проф. А.М. Сергеев

«31» октября 2016 г.



## ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертацию

Кузнецова Николая Владимировича

«Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний»,

представленную на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 —

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы

программ».

Представленная диссертационная работа посвящена развитию теории колебаний и ее применению для исследования известных проблем и изучения прикладных моделей.

Основным направлением исследования является развитие идей академика А.А. Андронова и его научной школы по описанию переходных процессов возникновения колебаний в динамических моделях механических и электрических систем и их обобщение и развитие на общий случай аттракторов динамических систем. С вычислительной точки зрения аттракторы в динамической системе можно разделить на два типа. Предельный цикл в модели Ван дер Поля, классические хаотические аттракторы в моделях Лоренца, Рёссlera и Чуа являются *самовозбуждающимися*: для их построения можно использовать численную процедуру, в которой траектория системы, выпущенная из малой окрестности

неустойчивого состояния равновесия, после переходного процесса притягивается к аттрактору и тем самым его визуализирует.

Существуют аттракторы другого типа — *скрытые* аттракторы, бассейн притяжения которых не пересекается с малыми окрестностями неустойчивых состояний равновесия. В этом случае определение начальных данных траектории, которая позволяет аналогично численно визуализировать скрытый аттрактор, требует разработки и применения специальных аналитико-численных методов.

В диссертационной работе автором развиты эффективные аналитические и численные методы анализа скрытых колебаний для различных классов систем.

Для двумерных гладких систем развивается метод Н.Н. Баутина, предложенный им для построения вложенных предельных циклов с малой амплитудой колебаний путем последовательного возмущения ляпуновских величин слабого (вырожденного) фокуса. Автором предложен эффективный метод вычисления символьных выражений ляпуновских величин в исходных координатах, без использования полярных координат или сведения к нормальным формам. Полученные выражения могут быть использованы как для определения качественного поведения траекторий в окрестности слабого фокуса (устойчивости/неустойчивости) так и для построения вложенных предельных циклов — здесь внутренние устойчивые предельные циклы будут являться скрытыми колебаниями согласно классификации, предложенной в работе.

Для анализа скрытых колебаний в многомерных системах с одной скалярной нелинейностью в работе развивается метод гармонической линеаризации и описывающих функций; для динамических систем общего вида развивается метод продолжения по параметру.

Предложенная в диссертации классификация аттракторов оказалась естественной не только при исследовании таких известных проблем, как 16-ая проблема Гильберта и проблемы Айзermana-Калмана, но и отразила трудности численного анализа различных прикладных нелинейных систем (в работе приведены соответствующие многочисленные примеры моделей: описывающих физические процессы, используемых в компьютерных архитектурах и телекоммуникациях, систем управления летательными аппаратами,

электромеханических систем и других). Эта классификация явилась катализатором недавнего открытия новых скрытых аттракторов в различных системах российскими и зарубежными авторами.

Одним из приложений, для которого в работе показаны трудности численного анализа скрытых колебаний, являются системы фазовой автоподстройки (ФАП). Возможность рождения скрытых колебаний в классической модели ФАП с пропорционально-интегрирующим фильтром была показана в работе Н.А. Губарь 1961 года. Позднее в работе Л.Н. Белюстиной и др. для такого типа ФАП была вычислена зависимость полосы захвата (интервал допустимых отклонений частот подстраиваемого генератора от входного сигнала) от параметров ФАП. В данной работе представлено дальнейшее развитие такого анализа и решена проблема Ф. Гарднера об определении полосы захвата без проскальзывания (динамической устойчивости) и предложен эффективный численный алгоритм ее вычисления. Для проведения анализа ФАП в работе развиваются методы строгого вывода математических моделей ФАП в пространстве фаз сигналов, обсуждаются проблемы классического инженерного анализа ФАП и предлагаются пути их преодоления. Для математической модели двухфазной ФАП в пространстве фаз сигналов проведено моделирование в пакетах Simulink и Spice и показана трудность выявления скрытых колебаний. Эти результаты могут использоваться компаниями разработчиками ФАП.

Важной числовой характеристикой аттракторов является их хаусдорфова размерность. Однако для произвольного множества вычисление хаусдорфовой размерности часто является сложной вычислительной задачей. Предложенная Дж. Капланом и Дж. Йорком концепция ляпуновской размерности и результаты А. Дуади и Дж. Оэстерле позволяют эффективно оценивать сверху размерность Хаусдорфа. Наряду с численными методами определения ляпуновской размерности Г.А. Леоновым был предложен эффективный аналитический подход к оцениванию ляпуновской размерности, основанный на применение прямого метода Ляпунова. В диссертации автором проведено строгое обоснование метода Леонова, основанное на доказательстве инвариантности ляпуновской размерности аттракторов относительно диффеоморфизмов, и получены точные формулы

ляпуновской размерности для ряда аттракторов известных систем. Также в работе реализованы программные алгоритмы вычисления ляпуновской размерности.

По тексту диссертации можно сделать ряд замечаний:

1. В главе 1 диссертации приведены различные примеры скрытых аттракторов в динамических системах. Однако для ряда аттракторов не указаны методы их обнаружения и начальные данные для их локализации.
2. При вычислении ляпуновских величин слабого (вырожденного) фокуса автор рассматривает систему с приведенной к диагональному виду линейной частью (система (1.31)) и коэффициенты исходной части линейной системы (формула (1.30)) не входят в получаемые автором символические выражения для ляпуновских величин, что усложняет их дальнейшее применение для анализа реальных систем общего вида.
3. В работе представлено применение разработанного алгоритма для определения полосы захвата без проскальзывания двумерной модели ФАП, но не проведено сравнение полученных результатов с результатами Белюстиной о полосе захвата (т.е. не показано насколько уменьшился диапазон допустимых отклонений частот).
4. Сравнение полученных в работе значений ляпуновской размерности с хаусдорфовой размерностью проведено только для системы Энона, для остальных систем такое сравнение не приведено.
5. В диссертации не приведен обзор стандартных программных средств для вычисления ляпуновских показателей динамических систем.
6. В диссертации встречается нестрогое и некорректное употребление научных терминов. Например, в первом предложении Введения "траектории притягиваются к колебанию", тогда как траектории - это линии в фазовом пространстве, а колебание - физический процесс.

Вышесказанные замечания носят частный характер и не умаляют достоинства работы.

Диссертация соответствует специальности 05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Автореферат и публикации правильно отражают содержание диссертации.

Диссертация «Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний» удовлетворяет всем требованиям действующего Положения «О присуждении учёных степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук, а её автор Кузнецов Николай Владимирович заслуживает присуждения искомой степени по специальности: 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Отзыв составил:

д. ф.-м. н., проф., зав. отделом

Нелинейной динамики ИПФ РАН

Адрес: 603950, г. Нижний Новгород.

ул. Ульянова, 46.

Тел.: (831) 436 72 91

E-mail: vnekorkin@neuron.appl.sci-nnov.ru



Некоркин Владимир Исаакович

Отзыв заслушан и одобрен на заседании научного семинара отдела Нелинейной динамики (протокол № 7 от 31 октября 2016 года).

Секретарь научного семинара,

к.ф.-м.н., с.н.с.



Клиньшов Владимир Викторович